ETABLISSEMENTS :	TYPE D'EVALUATION :		NIVEAU & SECTION
LYCEE 9 avril 1938 Boumhel	DEVOIR DE SYNTHESE N° 1		4ème Maths
LYCEE cité Essalam Boumhel	COMPOSITION DE : MATHEMATIQUES		DATE : 23 Janvier 2018
ANNEE SCOLAIRE : 2017-2018	DUREE DE L'EPREUVE :		ENSEIGNANT :
	3h	COEF : 4	HOUSSEM EDDINE FITATI HICHEM DRIDI

AUTORISATIONS :

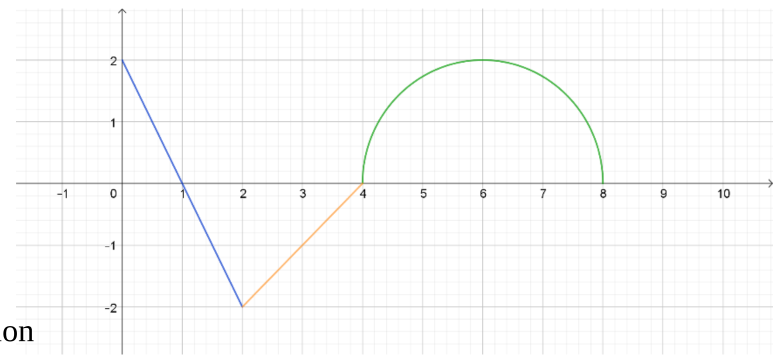
Calculatrice scientifique : Oui

SUJET :

Exercice N°1 : (3 points)

QCM

Choisir parmi les propositions suivantes la bonne réponse à chaque question en la justifiant.



1. La figure ci-jointe est la représentation graphique d'une fonction f définie te continue sur l'intervalle [0,8]. $\mathscr{C}_f$ est formée d'un demi-cercle et deux segments.

   Alors : $\int_0^8 f(x)dx =$

a	2(π-2)	b	2(π-1)	c	4π+4	d	2(π+4)

2. f est une fonction continue et dérivable sur [0,1].Alors : $\int_0^1 f(t)dt + \int_0^1 tf'(t)dt =$

a	$f(0)$	b	$f(1)$	c	$f(1)- f(0)$	d	$f(1)+ f(0)$

3. D_1, D_2 *et* D_3 trois droites strictement parallèles et $f = S_{D_1} \circ S_{D_2} \circ S_{D_3}$ est :

a	Translation	b	Symétrie orthogonale	c	Symétrie glissante	d	Identité du plan

4. D_1, D_2 *et* D_3 trois droites concourantes en I et $f = S_{D_1} \circ S_{D_2} \circ S_{D_3}$ est :

a	Translation	b	Symétrie orthogonale	c	Symétrie glissante	d	Rotation de centre I

Exercice N°2 : (5 points)

Soit l'équation (E) : $z^3-(3+3i)z^2+5iz+2-2i=0$

1. .
   a- Vérifier que i est une solution de (E).
   b- Résoudre alors (E) et mettre les solutions sous forme exponentielle.
2. Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$
   On donne les points A , B et C d'affixes respectifs : i , 1 et $2+2i$.
   a- Placer les points A ,B et C puis monter que A et B sont symétrique par rapport à (OC).
   b- Calculer l'aire du quadrilatère : $OACB$.
3. Soit f la similitude directe qui transforme O en A et C en B.
   a- Déterminer l'angle et le rapport de f.
   b- Donner la transformation complexe de f et déduire l'affixe du centre Ω de f.
4. On donne $\begin{cases} g:P & \rightarrow & P \\ M(z) & \mapsto & M'(z') \end{cases}$ $\quad$ *tel que* $z'=2.\bar{z}+2.i$
   a- Déterminer $g(A)$ et $g(B)$.
   b- Caractériser : g et $f\circ g$.

Exercice N°3 : (5 points)

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : $AB=2AC$ et $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$. On donne I le milieu de $[AB]$ et $D=S_A(I)$. **Voir annexe1** (la figure sera complétée au fur et à mesure)

1. .
   a- Montrer qu'il existe une unique rotation $\mathcal{R}$ qui transforme I en C et C en D.
   b- Montrer que $\mathcal{R}(A)=A$. Caractériser alors $\mathcal{R}$.
2. On donne $\varphi=\mathcal{R}\circ S_{(IC)}$.
   Déterminer $\varphi(I)$ et $\varphi(C)$ puis caractériser φ .
3. Soit : S la similitude directe qui transforme A en B et C en A.
   a- Déterminer le rapport et l'angle de S.
   b- On pose Ω le centre de S. Montrer que : Ω est le projeté orthogonal de A sur (BC). Placer Ω sur la figure.
4. Soit σ la similitude indirecte qui transforme A en B et C en A.
   a- On désigne par Ω' le centre de σ et Δ son axe.
   Caractériser $\sigma o \sigma$ et déduire que : Ω' est le barycentre des points pondérés (B,1) et (C, -4). Construire Ω'.
   b- On pose : $C'=h_{(\Omega',2)}(C)$ où $h_{(\Omega',2)}$ désigne l'homothétie de centre Ω'et de rapport 2.
   Montrer que : Δ est la médiatrice de $[AC']$.
5. (Δ') la perpendiculaire à (AB) passant par B coupe $(A\Omega')$ en B'.
   a- Montrer que : $\sigma((AB))=\Delta'$.
   b- En déduire que : $\sigma(B)=B'$.

Exercice N°4 :(7 points)

Le plan étant muni du repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

1. .
   - a- Etudier les variations de f.
   - b- Construire $\mathscr{C}_f$ et préciser sa position par rapport à sa tangente en O **(annexe2).**
2. .
   - a- Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera.
   - b- Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$ puis construire sa courbe $\mathscr{C}_{f^{-1}}$ dans le même repère que celui de $\mathscr{C}_f$.
3. On donne g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=\dfrac{x^2}{1+x^2}$ et F la fonction définie sur : $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$

   par : $F(x)=\int_0^{\tan(x)} g(t)dt$.
   - a- Montrer que F est dérivable sur $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ et calculer $F'(x)$.
   - b- En déduire que : $F(x)=\tan(x)-x$ pour tout $x\in\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$.
   - c- On désigne par : $\mathscr{C}=\{M(x,y)$ tel que: $x\in[0,1]$ et $y=f(x)\}$. Calculer le volume du solide S obtenu par la révolution de $\mathscr{C}$ autour de l'axe (Ox).
4. Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $U_n=\int_0^1 \dfrac{x^n}{\sqrt{1+x^2}}dx$
   - a- Interpréter graphiquement U_1 puis calculer sa valeur.
   - b- Etudier la monotonie de (U_n) et déduire qu'elle est convergente.
   - c- Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ on a: $\dfrac{1}{(n+1)\sqrt{2}}\le U_n\le\dfrac{1}{n+1}$.
5.
   - a- Par une intégration par partie montrer que pour tout $n\ge 3$ on a : $nU_n+(n-1)U_{n-2}=\sqrt{2}$.
   - b- Montrer que pour tout $n\ge 3$ on a : $(2n-1)U_n\le\sqrt{2}$
   - c- En déduire que la suite (nU_n) est convergente et calculer sa limite.

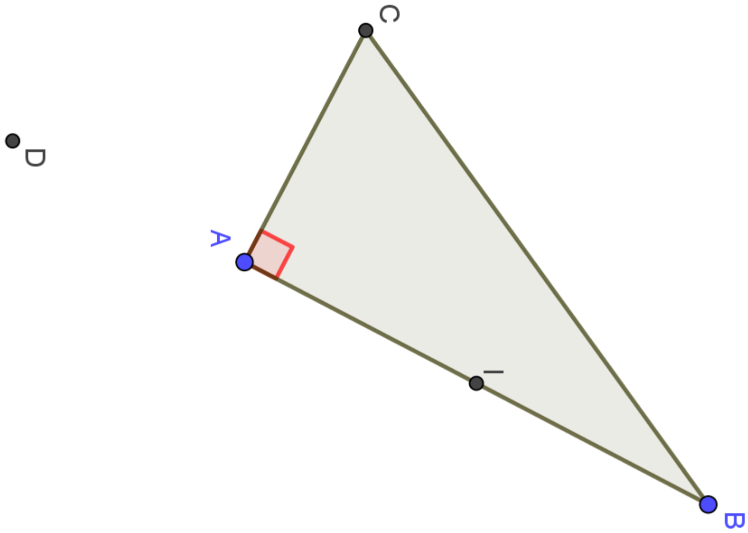
BON TRAVAIL

ANNEXE 1

Nom

P. Nom

Classe



ANNEXE 2